SÉQUENCE 1 :
CALCULS NUMÉRIQUES
NOTIONS D'ALGORITHMES

OBJECTIFS :

- **Reconnaître la nature d'un nombre.**
- **Connaître les différentes écritures d'un nombre.**
- **Savoir calculer avec des radicaux et des puissances.**
- **Savoir déterminer et reconnaître les différentes écritures d'une expression numérique.**
- **Acquérir des notions d'algorithmique.**
- **Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, diviseur, nombre pair, nombre impair**

I. LES DIFFÉRENTS ENSEMBLES DE NOMBRES :

1) Les entiers :

Définition : $\mathbb{N}$ désigne l'ensemble des **entiers naturels**. $\mathbb{N}$ = {0 ; 1 ; 2 ; 3 ……}
$\mathbb{Z}$ désigne l'ensemble des **entiers relatifs**. $\mathbb{Z}$ = {…. -3 ; - 2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3…….}

Exemple : 3 est un entier naturel, on écrit $3 \in \mathbb{N}$ et on lit « 3 appartient à $\mathbb{N}$ »
3,5 n'est pas un entier naturel, on écrit $3,5 \notin \mathbb{N}$ et on lit « 3,5 n'appartient pas à $\mathbb{N}$ »

2) Les décimaux :

Définition : Un nombre **décimal** est un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'un nombre à virgule avec une partie décimale qui a **un nombre fini** de chiffres non nuls.
ID désigne l'ensemble des nombres décimaux.

Propriété : Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$

Exemple : 4,52 est un nombre décimal, on écrit 4,52 ∈ ID et $4{,}52 = \frac{452}{100}$

3) Les rationnels :

Définition : Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers, c'est-à-dire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ $(b \neq 0)$
$\mathbb{Q}$ désigne l'ensemble des nombres rationnels.

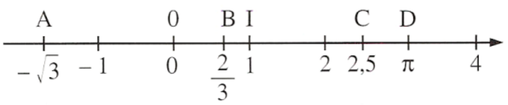
Exemple : $\frac{7}{9}$ est un nombre rationnel, on écrit $\frac{7}{9} \in \mathbb{Q}$

4) Les réels :

Définition : Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels, appelés **irrationnels.**
$\mathbb{R}$ désigne l'ensemble des nombres **rationnels et irrationnels**, l'ensemble de tous les nombres que nous utilisons.

$\mathbb{R}$ est l'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée : étant donné une droite graduée, chaque nombre réel peut être représenté par un point de cette droite et chaque point de cette droite représente un nombre réel.

Exemples :

- $\sqrt{2}$ et π sont des nombres irrationnels : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ et $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$; $\pi \notin \mathbb{Q}$ et $\pi \in \mathbb{R}$
- $\frac{7}{9}$ est un nombre rationnel : $\frac{7}{9} \in \mathbb{Q}$ et $\frac{7}{9} \in \mathbb{R}$
- 

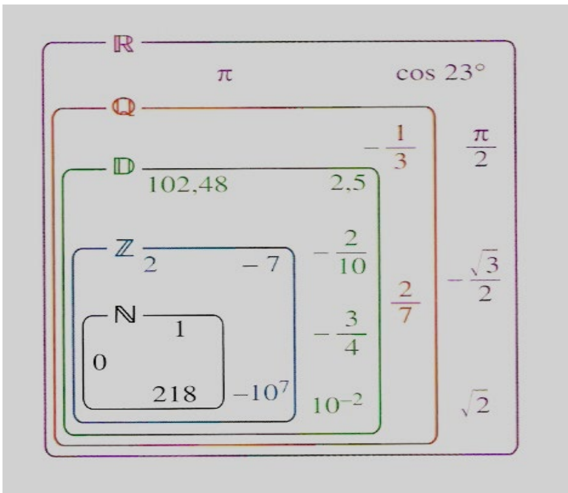
. A est le point représentant le réel $-\sqrt{3}$, on dit que $-\sqrt{3}$ est l'abscisse de A ;
. L'abscisse de B est $\frac{2}{3}$;
. Le point C a pour abscisse 2,5 ;
. π est l'abscisse de D.

5) Représentation de ces ensembles de nombres :

- Tout entier naturel est un entier relatif, on écrit que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ et on lit $\mathbb{N}$ est inclus (ou contenu) dans $\mathbb{Z}$
- Tout entier relatif est un décimal : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$
- Tout décimal est un rationnel : $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
- Par définition, tout rationnel est un réel : $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- Une étoile placée à droite signifie que 0 est exclu. Par exemple, $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres réels non nuls.
- On peut aussi utiliser un + ou un – pour signifier l'utilisation des positifs ou des négatifs. Par exemple, $\mathbb{R}^+$ est l'ensemble des nombres réels positifs et $\mathbb{R}^{+*}$ est l'ensemble des nombres réels strictement positifs.

Finalement, en classant tous ces ensembles du plus petit au plus grand, au sens de l'inclusion, on obtient :

$$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$$



Attention !! : Tout rationnel n'est pas décimal

Exemple : $\frac{1}{3} \approx 0{,}333...$ et $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

II. RADICAUX ET PUISSANCES :

1) Calculer avec des puissances :

Pour les définitions et propriétés suivantes, a et b sont deux nombres réels non nuls, m et n sont deux entiers relatifs.

Définition : si n est un entier naturel non nul : $a^n = a \times a \times \ldots \times a$ (n facteurs égaux à a)

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad a^0 = 1$ $\quad a^1 = a$ $\quad a^{-1} = \frac{1}{a}$

Cas particulier : les puissances de 10 :

si n est un entier naturel non nul $10^n = 10 \times 10 \times \ldots \times 10$ (n facteurs égaux à 10)
$10^{-n} = 0{,}00\ldots1$ (n chiffres égaux à 0)

Propriétés	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$(a^m)^n = a^{m\times n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
Exemples	$3^{-2} \times 3^5 = 3^3$	$(4^2)^3 = 4^6$	$\frac{7^5}{7^3} = 7^2$	$(2\times3)^3 = 2^3\times3^3 = 216$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

Propriété : Si n est pair, $(-a)^n = a^n$ | Si n est impair, $(-a)^n = -a^n$

Exemples : $(-2)^3 = -2^3 = -8$; $(-2)^4 = 2^4 = 16$; $-2^4 = -16$

Définition : Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et p est un entier relatif. Cette écriture est appelée notation scientifique.

Exemples : $539{,}7 = 5{,}397 \times 10^2$ $\quad 0{,}046 = 4{,}6 \times 10^{-2}$

2) Calculer avec des radicaux :

Définition : *a* est un nombre positif.
La racine carrée de a, notée $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.

Remarque : Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

Propriétés *a* et *b* étant 2 réels positifs	$\sqrt{a^2} = a$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ avec $b \neq 0$
Exemples	$\sqrt{2^2} = 2$	$\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$	$\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Remarque : *a* et *b* étant 2 réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Expressions conjuguées : a et b étant 2 réels positifs

On remarque que $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a - b$ (il n'y a plus de racines carrées)

On dit que $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ sont des expressions conjuguées.

APPLICATIONS : Écrire $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ avec un dénominateur entier.

Idée : On multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{3}-1$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{(2-\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2\sqrt{3}-2-3+\sqrt{3}}{3-1} = \frac{-5+3\sqrt{3}}{2}$$

III. DÉVELOPPER ET FACTORISER :

Développer, c'est transformer un produit en somme

Factoriser, c'est transformer une somme en produit

Pour cela on utilise

soit la distributivité
Quels que soient les réels a, b et k

Développer $\longrightarrow$

k(a + b) = ka + kb

$\longleftarrow$ Factoriser

(k est appelé **le facteur commun**)

soit les identités remarquables
Quels que soient les réels a, b

Développer $\longrightarrow$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$\longleftarrow$ Factoriser

Exemples :

- *Factorisations* :

- $9x + 9y = 9(x + y)$

- $(x + 1)(x + 2) + (x + 1)(3x + 5) = (x + 1)(x + 2 + 3x + 5) = (x + 1)(4x + 7)$
  $(x + 1)$ est **le facteur commun** à $(x + 1)(x + 2)$ et à $(x + 1)(3x + 5)$

- $A = (3x + 2)^2 + 15x + 10$ Aucun facteur commun n'apparaît mais : $(3x + 2)^2 = (3x + 2)(3x + 2)$
  et $15x + 10 = 5(3x + 2)$ donc : $A = (3x + 2)(3x + 2) + 5(3x + 2)$

On peut maintenant factoriser par $(3x + 2)$: $A = (3x + 2)(3x + 2 + 5) = (3x + 2)(3x + 7)$

- $B = a^2 + 6a + 9$

$B = a^2 + 2 \times 3 \times a + 3^2$
$B = (a + 3)^2$

- $D = a^2 – 16$

$D = a^2 – 4^2$
$D = (a + 4)(a – 4)$

- $C = 4c^2 – 25d^2$

$C = (2c)^2 – (5d)^2$
$C = (2c + 5d)(2c – 5d)$

- $E = (c + 3)^2 – (d + 1)^2$

$E = [(c + 3) + (d + 1)]\ [(c + 3) – (d + 1)]$
$E = [c + d + 4][c – d + 2]$

➢ *Développements:*

- $3(x + 2) = 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$
- $3(x – 2) = 3 \times x – 3 \times 2 = 3x – 6$
- $(x + 7)(x – 2) = x \times x – x \times 2 + 7 \times x – 7 \times 2 = x^2 – 2x + 7x – 14 = x^2 + 5x – 14$

- $F = (a + 3)^2$

$F = a^2 + 2 \times a \times 3 + 3^2$
$F = a^2 + 6a + 9$

- $H = (2x – 7y)^2$

$H = (2x)^2 – 2(2x)(7y) + (7y)^2$
$H = 4x^2 – 28xy + 49y^2$

- $I = (3c – 4)(3c + 4)$

$I = (3c)^2 – 4^2$
$I = 9c^2 – 16$

IV. ARITHMÉTIQUE :

1) Multiple d'un entier :

Définition : Un nombre entier b est un multiple de a s'il existe un entier k tel que $b = a \times k$

Propriété : La somme de 2 multiples de a est un multiple de a

Démonstration :
Soit b un multiple de a alors il existe un entier k tel que $b = a \times k$
Soit c un multiple de a alors il existe un entier k' tel que $c = a \times k'$
$b + c = a \times k + a \times k' = a(k + k')$ avec $k + k'$ entier donc $b + c$ est un multiple de a

Exemple : 12 est un multiple de 3 car $12 = 3 \times \mathbf{4}$ $(k = 4)$
17 n'est pas un multiple de 3

2) Diviseur d'un entier :

Définition : Un nombre entier a est un diviseur de b s'il existe un entier k tel que $b = a \times k$
On dit que b est divisible par a

Propriétés : Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$

- $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal

Démonstration :
Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal alors $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$ *et* $3a = 10^n$ avec $a \in \mathbb{N}$ et $n \in \mathbb{N}$
Ainsi, $3a$ qui est un multiple de 3 serait un multiple de 10 ce qui est absurde d'après les critères de divisibilité
donc $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal
Ce raisonnement s'appelle raisonnement par l'absurde

- $\sqrt{2}$ n'est pas décimal

Démonstration :
Supposons que $\sqrt{2}$ est décimal alors $\sqrt{2} = \frac{a}{10^n}$ $a \in \mathbb{Z}$ (a non multiple de 10) et $n \in \mathbb{N}$ soit $\sqrt{2} \times 10^n = a$
Par suite , en passant aux carrés on obtient $2 \times 10^{2n} = a^2$
Si $n = 0$, alors $2 = a^2$ ce qui est impossible puisque $a \in \mathbb{Z}$
Si $n \neq 0$, alors a^2 est un multiple de 10 or a ne l'est pas donc le chiffre des unités est 1,ou 2,ou 3,ou 4,ou 5,ou 6,ou 7,ou 8,ou 9
En faisant le tableau des carrés, on constate qu'aucun carré ne se termine par 0
donc a^2 n'est pas un multiple de 10
donc $\sqrt{2}$ n'est pas décimal.

Exemples : 3 est un diviseur de 12 car $12 = 3 \times 4$ $(k = 4)$
4 est un diviseur de 12 car $12 = 4 \times 3$
ni 3 ni 4 n'est un diviseur de 17

Encadrer $\frac{2}{7}$ à 10^{-4} près $0{,}2857 < \frac{2}{7} < 0{,}2858$ (calculatrice)

Encadrer $\sqrt{23}$ à 10^{-2} près $4{,}79 < \sqrt{23} < 4{,}80$ (calculatrice)

3) Nombres premiers :

Définition : Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts entiers et positifs

Citons quelques nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, …
et quelques plus grands : 22 091, 9 576 890 767

4) Nombre pair. Nombre impair :

Définition : Un nombre pair est un nombre entier qui est un multiple de 2. On peut l'écrire $2k\,,k \in \mathbb{N}$
Un nombre impair est un nombre entier qui n'est pas pair. On peut l'écrire $2k+1,\ k \in \mathbb{N}$

Propriétés : Tout nombre entier est soit pair soit impair.
Le carré d'un nombre impair est impair

Démonstration :
Soit a un nombre impair alors on peut écrire $a = 2p + 1$ avec p entier naturel
$a^2 = (2p+1)^2 = (2p)^2 + 2 \times 2p \times 1 + 1^2 = 4p^2 + 4p + 1 = 2(2p^2 + 2p) + 1$
En posant $k = 2p^2 + 2p$ qui est un entier naturel alors $a^2 = 2k + 1$ donc a^2 est impair

Exemple : 16 est un nombre pair car 16 est un multiple de 2 $(16 = 2 \times 8\ )$
17 est un nombre impair (ce n'est pas un multiple de 2)

5) Diviseurs communs :

Définitions : Un diviseur commun de deux nombres a et b est un nombre qui divise à la fois a et b.
Le PGCD de deux nombres a et b est le plus grand des diviseurs communs de a et de b

Deux nombres sont premiers entre eux lorsque leur PGCD est 1, c'est-à-dire lorsqu'ils n'ont comme diviseur commun que le nombre 1.

Exemples :
- 3 est un diviseur commun de 114 et 27
- 6 est le PGCD de 42 et 30
- 8 et 27 sont premiers entre eux car le PGCD de 8 et 27 est 1

6) Critères de divisibilité :

Tout nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0,2,4,6, ou 8
Tout nombre est divisible par 3 si la somme des chiffres est divisible par 3
Tout nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0,2,4,6, ou 5
Tout nombre est divisible par 9 si la somme des chiffres est divisible par 9

7) Méthodes de calcul du PGCD de 2 nombres :

Méthode des différences :
Soient a et b deux entiers tels que $0 < b \leq a$, PGCD(a, b) =PGCD$(b, a - b)$

Exemple :

Nommons $A = PGCD(675; 375)$

$$A = PGCD\left(\underbrace{375}_{Le\ plus\ petit} ; \underbrace{300}_{la\ différence\ (675-375)}\right)$$

$$A = PGCD\left(\underbrace{300}_{Le\ plus\ petit} ; \underbrace{75}_{la\ différence\ (375-300)}\right)$$

$$A = PGCD\left(\underbrace{75}_{Le\ plus\ petit} ; \underbrace{225}_{la\ différence\ (300-75)}\right)$$

$$A = PGCD\left(\underbrace{75}_{Le\ plus\ petit} ; \underbrace{150}_{la\ différence\ (225-75)}\right)$$

$$A = PGCD\left(\underbrace{75}_{Le\ plus\ petit} ; \underbrace{75}_{la\ différence\ (150-75)}\right)$$

$$A = 75 \quad Donc\ \boxed{le\ PGCD\ de\ 675\ et\ de\ 375\ est\ 75}.$$

Méthode des divisions (Euclide) :
Soient a et b deux entiers tels que $0 < b \leq a$, PGCD(a, b) =PGCD(b, r)
où r est le reste de la division euclidienne de a par b

Exemple :

Nommons $A = PGCD(675; 375)$

$$675 = 375 \times 1 + \underbrace{300}_{Le\ reste} \quad donc \quad A = PGCD\left(\underbrace{375}_{Le\ diviseur} ; \underbrace{300}_{Le\ reste}\right)$$

$$375 = 300 \times 1 + \underbrace{75}_{Le\ reste} \quad donc \quad A = PGCD\left(\underbrace{300}_{Le\ diviseur} ; \underbrace{75}_{Le\ reste}\right)$$

$$300 = 75 \times 4 + \underbrace{0}_{Le\ reste} \quad donc \quad A = PGCD\left(\underbrace{75}_{Le\ reste} ; \underbrace{0}_{Le\ reste}\right) = 75$$

Donc $\boxed{le\ PGCD\ de\ 675\ et\ de\ 375\ est\ 75}$.

8) Fractions :

Définition : Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Propriété : Si on simplifie une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.

Exemple :

$$\frac{675}{375} = \frac{\overbrace{75}^{PGCD(675;375)} \times 9}{\underbrace{75}_{PGCD(675;375)} \times 5} = \frac{9}{5}$$

$\frac{9}{5}$ est une fraction irréductible car on a simplifié par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

V. ALGORITHMIQUE :

Définition : Un algorithme est une suite de règles à appliquer dans un ordre déterminé à des données initiales pour arriver à un certain résultat, et cela indépendamment des données initiales.

Remarque : Un algorithme est en général à écrire en **cinq parties**, mais certaines sont parfois facultatives ou inutiles. Dans les algorithmes que l'on va créer en langage naturel, on ne déclarera pas les variables.

1) Les cinq phases de l'écriture d'un algorithme :

a) La déclaration des variables :

Les variables sont des objets utilisés au cours de l'algorithme qui prennent une valeur précise à un moment donné. Il s'agit dans cette première phase de préciser leur nom et leur type.
Les principaux types de variables sont : entier, réel, texte (appelé aussi *caractère* ou *alphanumérique*), logique (appelé aussi *booléen*).

b) Initialisations :

Au début d'un algorithme, il est fréquent et souvent nécessaire de donner aux variables leur première valeur.

c) Entrées :

C'est le moment où l'utilisateur saisit des valeurs pour certaines variables.

d) Traitement :

Cette phase comprend toutes les instructions nécessaires au bon déroulement de l'algorithme.

e) Sorties :

Les résultats obtenus par l'algorithme sont notés.

APPLICATIONS : On cherche à automatiser un calcul permettant de calculer, pour un grand nombre de triangles rectangles, la longueur de l'hypoténuse.

1) Mettre au point un algorithme de calcul.

- On saisit les longueurs X et Y des côtés de l'angle droit.
- On applique le théorème de Pythagore : $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$.
- Afficher Z.

2) Traduire cet algorithme dans un langage de programmation.

Nous allons écrire ici avec **le logiciel Python** à titre d'exemple.
Ce logiciel sera utilisé tout au long du lycée pour traduire les algorithmes écrits en langage naturel et son étude fera l'objet d'une séquence.

1. Entrées :

Remarque : la phase d'initialisation n'est pas nécessaire ici.

```
X= float(input(''X=''))
Y= float(input(''Y=''))
```

2. Traitement :
   Z = $\sqrt{X^2 + Y^2}$

3. Sortie :
   Print Z

2) Instructions de contrôle :

a) La structure alternative :

Elle exécute des instructions sous certaines conditions, sinon elle en exécute d'autres.

Exemple :

SI
X est pair
Alors X $\longleftarrow$ X / 2 (Cela signifie que X prend la valeur X / 2)
Sinon
X $\longleftarrow$ 3X - 1
FINSI

b) La structure répétitive :

- L'instruction « Tant que … » :

Exemple :

Tant que X ≠ 14 Afficher X ***Fin Tant que***	Cette structure signifie que la valeur de *X* sera affichée tant qu'elle sera différente de 14.

- L'instruction « Pour … » :

Exemple :

Pour k = 1 à 100 X$\longleftarrow$ 2*k* + 1 ***Fin Pour***	Il est sous-entendu que k est un entier naturel. Cette structure signifie que la valeur de *X* sera successivement égale à 3 (pour k = 1), 5 (pour k = 2), …, 201 (pour k = 100).

APPLICATION :

À la fin de l'algorithme ci-dessous, donner la valeur de la variable *n*.

```
        Initialiser n à 1
Traitement
        Tant que n ≤ 8
                n ← n + 1
        Fin  tant que
```

La variable *n* est initialisée à 1, ce qui permet d'effectuer une première boucle. La valeur est augmentée d'une unité à chaque fois. Quand *n* vaut 8, on effectue une dernière fois la boucle ce qui donne à *n* la valeur 9. On sort alors de la boucle.

QCM + EXERCICES D'APPLICATION

> QCM BILAN

POUR CHACUNE DES QUESTIONS, CHOISIR LA (OU LES) BONNE(S) RÉPONSE(S)

Après avoir répondu au questionnaire, vérifiez vos réponses, si vous avez au moins 6 bonnes réponses, vous pouvez passer aux exercices auto-corrigés, sinon revoir le cours attentivement.

	Question	Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
1	Un nombre rationnel non décimal est :	$-\frac{13}{4}$	$\frac{7}{3}-\frac{1}{6}$	$\frac{5}{3}+\frac{11}{6}$	$\sqrt{13}$
2	Le nombre $-2\sqrt{25-9}+5$ est égal à :	1	- 2	- 3	3
3	Pour $x=3\times10^{-4}$, $2x^2$ est égal à :	18×10^{-8}	$3,6\times10^{-7}$	$3,6\times10^{-9}$	6×10^{-8}
4	$\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ est égal à :	$\frac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}$	$\sqrt{3}+1$	$\frac{2\sqrt{3}+1}{2}$	2,732
5	Le plus petit ensemble, au sens de l'inclusion, auquel appartient le nombre $2,\underline{178}$ est :	$\mathbb{Z}$	ID	$\mathbb{Q}$	IR
6	Parmi ces nombres, lesquels appartiennent à $\mathbb{Q}^{+*}$?	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{13}{2,4}$
7	Le nombre $\frac{31}{120}$ est décimal.	VRAI	FAUX		
8	Le produit de deux nombres pairs donne un nombre pair.	VRAI	FAUX		
9	La factorisation de $(2+x)(1-x)-3x(x-1)$ est :	$2(x-1)^2$	$2(1-x)(2x+1)$	$4x(x-1)$	
10	La factorisation de $4(x-1)^2-9(4x-4)$ est :	$4(x-1)(x-10)$	$(-4x-8)(8x-8)$	$8x(4x+2)$	

> EXERCICES

Exercice 1 :
Pour chacun des nombres suivants, indiquer parmi les différents ensembles de nombres le plus petit ensemble (au sens de l'inclusion) auquel il appartient :

A = $-\dfrac{12}{7}$ B = $-\dfrac{391}{17}$ C = $(2\sqrt{3}-4)(2\sqrt{3}+4)$ D = $\dfrac{8^4\times 9^2}{12^3}$ E = $\sqrt{\dfrac{4}{225}}$

Exercice 2 :
Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

A = $\dfrac{5}{6}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{7}{16}$ B = $2-\dfrac{1}{\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}}$ C = $\dfrac{15^3\times 4}{6^2\times 5^3}$ D = $\dfrac{3}{8}\times\left(\dfrac{9}{4}\right)^{-1}$

Exercice 3 :
a désigne un nombre réel non nul. Ecrire sous la forme d'une puissance de *a* :

A = $\left(a^2\right)^3$ B = $\dfrac{a^{-4}}{a^5}$ C = $\left(a^3\right)^2\times\left(a^4\right)^3$ D = $\dfrac{\left(a^{-2}\right)^5}{\left(a^4\right)^{-3}}$

Exercice 4 :
Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ les nombres suivants $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$, *b* étant le plus petit possible.

A = $3\sqrt{2}-4\sqrt{8}+2\sqrt{18}$ B = $\sqrt{12}+3\sqrt{3}-\sqrt{75}$ C = $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{15}}$

Exercice 5 :
Démontrer que les nombres suivants sont des nombres entiers :

A = $\left(2\sqrt{2}-3\right)^2+\left(2\sqrt{2}+3\right)^2$ B = $\left(3\sqrt{5}+3\right)\left(3\sqrt{5}-3\right)$ C = $\dfrac{3}{\sqrt{2}-1}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

Exercice 6 :
Dans chaque cas calculer et donner le résultat en écriture scientifique :

A = $12\times 10^7\times 6\times 10^4$ B = $12\times 10^7+6\times 10^4$ C = $\dfrac{5\times 10^{-3}\times 1,2\times 10^{13}}{8\times 10^2\times 3\times 10^5}$

Exercice 7 :
Développer les expressions suivantes :

$A=(2x+1)(3x-2)$ $B=(-5x+3)(2x+7)$ $C=(3-4x)(2x-1)$

$D=(2x-3)^2$ $E=\left(5x+\dfrac{1}{3}\right)^2$ $F=\left(\sqrt{3}-2x\right)\left(\sqrt{3}+2x\right)$

$G=(2x+1)^2+5(3x-4)$ $H=2(3x-1)^2-(x-1)(x+1)$

Exercice 8 :

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 8x - 16$ $\quad$ $B = x^2 - x$ $\quad$ $C = x^2 + 14x + 49$ $\quad$ $D = 4x^2 - 49$

$E = (x-3)^2 - 16$ $\quad$ $F = (3x+1)(x-2) - (3x+1)^2$

$G = (x+2)(2x-5) + (x+2)$ $\quad$ $H = 4x^2 - 1 - (2x-1)(3x+5)$

$I = (2x-1)(3-x) + (4x+6)(x-3)$ $\quad$ $J = 4(x-1)^2 - 9(1-3x)^2$

Exercice 9 :

À la fin de l'algorithme ci-dessous, donner la valeur de la variable *c*.

```
        Initialiser a à 2
        Initialiser b à 5
Traitement
        a ← a + 1
        b ← 2b
        c ← a + b
```

Exercice 10 :

On considère l'algorithme suivant dans lequel X et Y sont des variables entières
Quelle est la valeur de la variable Y en fin d'algorithme pour les valeurs suivantes de la variable X ?

a) $X = 19$
b) $X = 183$
c) $X = 78$
d) $X = 106$

```
Si X est un multiple de 3
        alors Y ← X/3
        sinon Y ← X - 5
Fin si
```

Exercice 11 :

En 2019, Pierre verse sur son livret 2000 euros.
Chaque année la somme est multipliée par 1,05
L'algorithme ci-contre permet de calculer l'année à partir de laquelle il disposera pour la première fois de 2900 euros

```
S ← 2000
A      2019
Tant que S < 2500
        S ← S× 1,05
        A      A + 1
Fin tant que
```

a) Quelle variable contient les valeurs successives de l'épargne disponible ?
b) Quel est le rôle de la variable A ?
c) Compléter le tableau suivant et en déduire la valeur que contient la variable A après l'exécution de cet algorithme

S	A	Condition vérifiée (V) ou pas (F)
2000		V

Exercice 12 :

On se pose le problème du calcul de la somme 0 + 1 + 2 + … + n pour toute valeur de l'entier naturel n.

1. Calculer cette somme pour n = 1, n = 2, n = 3, n = 4, n = 5.
2. Pour n = 10, on organise le calcul de la somme dans le tableau ci-dessous :

i	0	1	2	3	4	5	…	n = 10
S	0	0 + 1 = 1	1 + 2 = 3	3 + 3 = 6	6 + 4 = 10	10 + 5 = 15	…	…

Recopier et compléter ce tableau. Quelle valeur de la somme obtient-on ?

3. La réalisation du tableau précédent conduit à la mise au point de l'algorithme ci-dessous :

```
Initialisation
        Initialiser S à 0
Traitement
        Pour i de 1 jusqu'à n
              S ← S + ….
        Fin Pour
Sortie
        Afficher S
```

Compléter l'algorithme

Exercice 13 :

Compléter en utilisant les mots « diviseur », « multiple », « divisible » ou « divise » :
a) 65 est un ...... de 5.
b) 5 est un ...... de 65.
c) 65 est ...... par 5.
d) 7 n'est pas un ...... de 65.
e) 5 ne ...... pas 49.
f) 65 n'est pas un ...... de 7.
g) 49 n'est pas ...... par 5.

Exercice 14 :

Pour chaque nombre, indiquer s'il est premier :
a) 27 ; b) 17 ; c) 5 ; d) 68 ; e) 93 ; f) 1.

Exercice 15 :

Déterminer les diviseurs communs aux deux nombres :
a) 14 et 21 ;
b) 6 et 10 ;
c) 11 et 22 ;
d) 12 et 17 ;
e) 16 et 20 ;
f) 25 et 35.

Exercice 16 :

Déterminer les diviseurs communs aux deux nombres, puis indiquer leur PGCD :
a) 15 et 27 ; b) 35 et 14 ; c) 4 et 8 ; d) 25 et 65 ; e) 18 et 16 ; f) 15 et 14.

Exercice 17 :

a) Encadrer $\frac{2}{11}$ à 10^{-4} près . En déduire une valeur approchée de $\frac{2}{11}$ à 10^{-3} près

b) Encadrer $\sqrt{29}$ à 10^{-3} près . En déduire une valeur approchée de $\sqrt{29}$ à 10^{-2} près

Exercice 18 :

a) Montrer que le carré d'un nombre pair est pair
b) Montrer que la somme de 2 nombres pairs est paire

Exercice 19 :

Le sol d'une pièce est un rectangle de longueur 935 cm et de largeur 385 cm.
On désire le recouvrir entièrement, sans faire de découpes, par des carrés de moquette identiques dont le côté est un nombre entier de centimètres. On note c la longueur d'un côté de carré de moquette en centimètres.
1) Justifier que c est un diviseur commun à 935 et 385.
2) On veut utiliser le moins de carrés possibles pour recouvrir le sol.
   a) Justifier que c est le PGCD de 935 et 385.
   b) Calculer le nombre c.
   c) Calculer le nombre de carrés de moquette nécessaires à la réalisation.

CORRECTION - QCM + EXERCICES D'APPLICATION

> QCM BILAN - CORRECTION

Q1 : Réponse b)

$-\frac{13}{4} = 3,25$ c'est donc un nombre décimal.

$\frac{5}{3} + \frac{11}{6} = \frac{21}{6} = 3,5$ c'est un nombre décimal.

$\frac{7}{3} - \frac{1}{6} = \frac{13}{6}$ la division ne se termine pas, ce n'est pas un décimal.

$\sqrt{13}$ est un nombre réel.

Q2 : Réponse c)

$-2\sqrt{25-9}+5 = -2\sqrt{16}+5 = -2\times 4+5 = -8+5 = -3$

Q3 : Réponse a)

$2\left(3\times 10^{-4}\right)^2 = 2\times 9\times 10^{-8} = 18\times 10^{-8}$

Q4 : réponse b)

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} = \frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2} = \frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} = \sqrt{3}+1$$

Q5 : réponse c)

Nombre à écriture décimale périodique, de période 178. Tous ces nombres sont des rationnels mais ne sont pas des décimaux.

Q6 : réponse d)

Il n'y a qu'un seul nombre ! C'est : $\frac{13}{2,4} = \frac{65}{12}$

Q7 : réponse b)

$\frac{31}{120} = \frac{31}{2^3\times 3\times 5}$; donc le dénominateur de la fraction irréductible n'est pas un produit de puissances de 2 et de 5 uniquement, donc ce nombre n'est pas décimal.

Q8 : réponse a)

Soit a un nombre pair alors on peut écrire $a = 2p$ avec p entier naturel
Soit b un nombre pair alors on peut écrire $b = 2p'$ avec p' entier naturel

$a \times b = (2p) \times (2p') = 2(2pp')$
En posant $k = 2pp'$ qui est un entier naturel alors $a \times b = 2k$ donc $a \times b$ est pair

Q9 : réponse b)

$(2 + x)(1 - x) - 3x(x - 1)$
$= (1 - x)(2 + x + 3x)$, car $- 3x(x - 1) = + 3x(1 - x)$
$= (1 - x)(4x + 2)$
$= 2(1 - x)(2x + 1)$

Q10 : réponse a)

$4(x-1)^2 - 9(4x-4)$
$= 4(x-1)^2 - 9 \times 4(x-1)$
$= 4(x-1)(x-1-9)$
$= 4(x-1)(x-10)$

> EXERCICES - CORRECTION

Exercice 1 :

A est un quotient de deux entiers donc A ∈ $\mathbb{Q}$ mais il faut regarder si A est un décimal, pour cela on effectue la division : elle ne se termine pas donc A n'est pas un décimal. Le plus petit ensemble auquel appartient A est celui des rationnels.

De même B ∈ $\mathbb{Q}$ mais B = -23 donc B ∈ ID. Le plus petit ensemble auquel appartient B est celui des entiers relatifs.

C = $\left(2\sqrt{3}\right)^2 - 4^2 = 4\times 3 - 16 = -4$ donc le plus petit ensemble auquel appartient C est celui des entiers relatifs.

D = $\dfrac{4^4\times 2^4\times 3^4}{4^3\times 3^3} = 4\times 2^4\times 3$ donc le plus petit ensemble auquel appartient D est celui des entiers naturels.

E = $\sqrt{\dfrac{4}{225}} = \dfrac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{15^2}} = \dfrac{2}{15} \in \mathbb{Q}$

Exercice 2 :

A = $\dfrac{5}{6} + \dfrac{2\times 7}{3\times 8\times 2} = \dfrac{5}{6} + \dfrac{7}{24} = \dfrac{20}{24} + \dfrac{7}{24} = \dfrac{27}{24} = \dfrac{9}{8}$

B = $2 - \dfrac{1}{\dfrac{5}{15} - \dfrac{3}{15}} = 2 - 1\times\dfrac{15}{2} = \dfrac{4}{2} - \dfrac{15}{2} = -\dfrac{11}{2}$

C = $\dfrac{5^3\times 3^3\times 2^2}{3^2\times 2^2\times 5^3} = 3$

D = $\dfrac{3}{4\times 2}\times\dfrac{4}{3\times 3} = \dfrac{1}{6}$

Exercice 3 :

A = $a^{2\times 3} = a^6$ B = $a^{-4-5} = a^{-9}$ C = $a^6\times a^{12} = a^{6+12} = a^{18}$ D = $\dfrac{a^{-10}}{a^{-12}} = a^{-10-(-12)} = a^2$

Exercice 4 :

A = $3\sqrt{2} - 4\times 2\sqrt{2} + 2\times 3\sqrt{2} = (3-8+6)\sqrt{2} = \sqrt{2}$
B = $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (2+3-5)\sqrt{3} = 0$

C = $\frac{5\times\sqrt{2}\sqrt{15}}{15}=\frac{1}{3}\sqrt{30}$

Exercice 5 :

A = $\left(2\sqrt{2}\right)^2-2\times2\sqrt{2}\times3+3^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2+2\times2\sqrt{2}\times3+3^2=8-12\sqrt{2}+9+8+12\sqrt{2}+9=34$ donc A est un nombre entier.

B = $\left(3\sqrt{5}\right)^2-3^2=45-9=36$ donc B est un nombre entier.

C = $\frac{3(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}-\frac{6\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}+3}{2-1}-\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2}=3$ donc C est un nombre entier.

Exercice 6 :

A = $6\times12\times10^{7+4}=72\times10^{11}=7,2\times10\times10^{11}=7,2\times10^{12}$

B = $1\,2000\times10^4+6\times10^4=1\,2006\times10^4=1,2006\times10^8$

C = $\frac{6\times10^{10}}{24\times10^7}=\frac{1}{4}\times10^3=0,25\times10^3=2,5\times10^{-1}\times10^3=2,5\times10^2$

Exercice 7 :

$$\begin{aligned}A&=2x\times3x+1\times3x-2x\times2-1\times2\\&=6x^2+3x-4x-2\\&=6x^2-x-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=-5x\times2x-5x\times7+3\times2x+3\times7\\&=-10x^2-35x+6x+21\\&=-10x^2-29x+21\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C&=6x-3-8x^2+4x\\&=-8x^2+10x-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D&=\left(2x\right)^2-2\times2x\times3+9\\&=4x^2-12x+9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E&=\left(5x\right)^2-2\times5x\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\\&=25x^2+\frac{10}{3}x+\frac{1}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F&=\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(2x\right)^2\\&=3-4x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G&=4x^2+4x+1+15x-20\\&=4x^2+19x-19\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H&=2\left(9x^2-6x+1\right)-\left(x^2-1\right)\\&=18x^2-12x+2-x^2+1\\&=17x^2-12x+3\end{aligned}$$

Exercice 8 :

$$A = 8\times x - 2\times 8 = 8(x-2)$$

$$B = x\times x - x\times 1 = x(x-1)$$

$$C = x^2 + 2\times x\times 7 + 7^2 = (x+7)^2$$

$$D = (2x)^2 - 7^2 = (2x-7)(2x+7)$$

$$E = (x-3-4)(x-3+4) = (x-7)(x+1)$$

$$F = (3x+1)[(x-2)-(3x+1)] = (3x+1)(x-2-3x-1) = (3x+1)(-2x-3)$$

$$G = (x+2)(2x-5)+(x+2)\times 1 = (x+2)(2x-5+1) = (x+2)(2x-4) = 2(x+2)(x-2)$$

$$H = (2x-1)(2x+1)-(2x-1)(3x+5) = (2x-1)[2x+1-(3x+5)] = (2x-1)(2x+1-3x-5) = (2x-1)(-x-4)$$

On remarque que $x-3 = -(3-x)$

$$I = (2x-1)(3-x)-(4x+6)(3-x) = (3-x)[2x-1-(4x+6)] = (3-x)(2x-1-4x-6) = (3-x)(-2x-7) = (x-3)(2x+7)$$

$$J = [2(x-1)]^2 - [3(1-3x)]^2 = [2(x-1)-3(1-3x)][2(x-1)+3(1-3x)] = [2x-2-3+9x][2x-2+3-9x] = (11x-5)(-7x+1)$$

Exercice 9 :

Successivement, a = 2 + 1 = 3 ; b = 2 x 5 = 10 ; c = 3 + 10 = 13
A la fin de l'algorithme la valeur de la variable c est 13.

Exercice 10 :

a) si X =19 alors Y = 14
b) si X = 183 alors Y = 61
c) si X = 78 alors Y = 26
d) si X = 106 alors Y = 101

Exercice 11 :

a) C'est la variable S qui contient les valeurs successives de l'épargne disponible
b) La variable A contient les valeurs successives des années depuis 2019
c)

S	A	Condition vérifiée (V) ou pas (F)
2000	2019	V
2100	2020	V
2205	2021	V
2315.25	2022	V
2431.0125	2023	V
2552.563125	2024	F

En fin d'algorithme, la valeur de A est 2024

Exercice 12 :

1. $n = 1$, S = 0 + 1 = 1.
$n = 2$, S = 0 + 1 + 2 = 3.
$n = 3$, S = 0 + 1 + 2 + 3 = 6.
$n = 4$, S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10.
$n = 5$, S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.

2.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

Pour $n = 10$, la valeur de la somme obtenue est : S = 55.

3.

```
Initialisation
        Initialiser S à 0
Traitement
        Pour i de 1 jusqu'à n
               S ⟵ S + i
        Fin Pour
Sortie
        Afficher S
```

Exercice 13 :

a) 65 est un multiple de 5.
b) 5 est un diviseur de 65.
c) 65 est divisible par 5.
d) 7 n'est pas un diviseur de 65. 7 n'est pas un multiple de 65
e) 5 ne divise pas 49.
f) 65 n'est pas un multiple de 7. 65 n'est pas un diviseur de 7.
g) 49 n'est pas divisible par 5.

Exercice 14 :

a) 27 est divisible par 3 (car $27 = 3 \times 9$ et 9 est entier), donc 27 n'est pas premier.
b) 17 possède exactement deux diviseurs (1 et 17), donc 17 est premier.
c) 5 possède exactement deux diviseurs (1 et 5), donc 5 est premier.
d) 68 est divisible par 2 (car son chiffre des unités est 8), donc 68 n'est pas premier.
e) 93 est divisible par 3 (car la somme de ses chiffres est 9+3=12, qui est un multiple de 3), donc 93 n'est pas premier.
f) 1 ne possède qu'un seul diviseur (c'est 1), donc 1 n'est pas premier.

Exercice 15 :

a) Les diviseurs de 14 sont : 1 ; 2 ; 7 ; 14. Les diviseurs de 21 sont : 1 ; 3 ; 7 ; 21.
Les diviseurs communs de 14 et 21 sont 1 et 7.

b) Les diviseurs de 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6. Les diviseurs de 10 sont : 1 ; 2 ; 5 ; 10.
Les diviseurs communs de 6 et 10 sont 1 et 2.

c) Les diviseurs de 11 sont : 1 ; 11. Les diviseurs de 22 sont : 1 ; 2 ; 11 ; 22.
Les diviseurs communs de 11 et 22 sont 1 et 11.

d) Les diviseurs de 12 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12. Les diviseurs de 17 sont : 1 ; 17
12 et 17 n'ont qu'un seul diviseur commun : 1.

e) Les diviseurs de 16 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16. Les diviseurs de 20 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20.
Les diviseurs communs de 16 et 20 sont 1 ; 2 et 4.

f) Les diviseurs de 25 sont : 1 ; 5 ; 25. Les diviseurs de 35 sont : 1 ; 5 ; 7 ; 35.
Les diviseurs communs de 25 et 35 sont 1 et 5.

Exercice 16 :

a) Les diviseurs de 15 sont : 1 ; 3 ; 5 ; 15. Les diviseurs de 27 sont : 1 ; 3 ; 9 ; 27.
Les diviseurs communs de 15 et 27 sont 1 et 3. Donc : PGCD (15; 27)=3.

b) Les diviseurs de 35 sont : 1 ; 5 ; 7 ; 35. Les diviseurs de 14 sont : 1 ; 2 ; 7 ; 14.
Les diviseurs communs de 35 et 14 sont 1 et 7. Donc : PGCD (35;14)=7.

c) Les diviseurs de 4 sont : 1 ; 2 ; 4. Les diviseurs de 8 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 8.
Les diviseurs communs de 4 et 8 sont 1 ; 2 et 4. Donc : PGCD (4 ;8)=4.

d) Les diviseurs de 25 sont : 1 ; 5 ; 25. Les diviseurs de 65 sont : 1 ; 5 ; 13 ; 65.
Les diviseurs communs de 25 et 65 sont 1 et 5. Donc : PGCD (25; 65)=5.

e) Les diviseurs de 18 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18. Les diviseurs de 16 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16.
Les diviseurs communs de 18 et 16 sont 1 et 2. Donc : PGCD (18;16)=2.

f) Les diviseurs de 15 sont : 1 ; 3 ; 5 ; 15. Les diviseurs de 14 sont : 1 ; 2 ; 7 ; 14.
15 et 14 n'ont qu'un seul diviseur commun : 1. Donc : PGCD (15;14)=1

Exercice 17 :

A la calculatrice,

a) $0{,}1818 < \frac{2}{11} < 0{,}1819$ (encadrement à 10^{-4} près) donc $\frac{2}{11} \approx 0{,}182$ (à 10^{-3} près)

b) $5{,}385 < \sqrt{29} < 5{,}386$ (encadrement à 10^{-3} près) donc $\sqrt{29} \approx 5{,}39$ (à 10^{-2} près)

Exercice 18 :

a) Soit a un nombre pair alors on peut écrire $a = 2p$ avec p entier naturel

$$a^2 = (2p)^2 = 4p^2 = 2(2p^2)$$

En posant $k = 2p^2$ qui est un entier naturel alors $a^2 = 2k$ donc a^2 est pair

b) Soit a un nombre pair alors on peut écrire $a = 2p$ avec p entier naturel
Soit b un nombre pair alors on peut écrire $b = 2p'$ avec p' entier naturel

$a + b = 2p + 2p' = 2(p + p')$
En posant $k = p + p'$ qui est un entier naturel alors $a + b = 2k$ donc $a + b$ est pair

Exercice 19 :

1) Puisqu'on désire recouvrir entièrement le sol par des carrés de moquette identiques sans faire de découpes (et sans chevauchements), la longueur du côté d'un carré de moquette (nombre entier de centimètres) doit diviser 935 et 385 : le nombre c est donc un diviseur commun à 935 et 385.

2)

a) Pour utiliser le moins possible de carrés de moquette, le côté d'un carré doit être le plus grand possible. D'après la question 1, le nombre c est donc dans ce cas le PGCD de 935 et 385.

b) Longueur du côté d'un carré :

Déterminons le PGCD de 935 et 385 en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Reste
935	385	165
385	165	55
165	55	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul. Donc : PGCD (935;385)=55
Pour recouvrir entièrement le sol en utilisant le moins possible de carrés, le côté c d'un carré de moquette doit mesurer 55 cm.

c) Nombre de carrés de moquette
$935 \div 55 = 17$ et $385 \div 55 = 7$
Il y a 17 carrés suivant la longueur et 7 suivant la largeur.
$17 \times 7 = 119$ carrés de moquette sont donc nécessaires pour recouvrir le sol de cette pièce.

DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 1 - A envoyer à la correction

Exercice 1 : (3,5 pts)

1) Donner lorsque cela est possible et, en justifiant vos réponses, un nombre qui :
   a) appartienne à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$
   b) appartienne à $\mathbb{Q}$ mais pas à ID
   c) appartienne à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{R}$
   d) appartienne à $\mathbb{R}$ mais pas à $\mathbb{Q}$

2) Recopier et compléter à l'aide des symboles $\in$ ou $\notin$, en justifiant vos réponses.

$\frac{-7}{9}$ .... ID $\frac{1}{\pi}$ .... $\mathbb{Q}$ $\sqrt{25}$ .... $\mathbb{Z}$ $\sqrt{\frac{4}{49}}$ .... $\mathbb{Q}$ 5×10^4 .... $\mathbb{N}$

Exercice 2 : (3,5 pts)

Calculer et simplifier *(les calculs seront détaillés)* :

$$A = \frac{6 - \frac{2}{5}}{6 + \frac{2}{5}} \qquad B = \frac{14}{15} \times \frac{20}{21} \times \frac{24}{25} \qquad C = \frac{(4 \times 3)^2}{2^4 \times 9^2} \qquad D = 1 + \frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{2 - \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}}}$$

Exercice 3 : (4 pts)

1) Les nombres 756 et 441 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2) La fraction $\frac{756}{441}$ est-elle irréductible ? Sinon, l'écrire sous forme irréductible en justifiant.
3) Calculer la somme $\frac{756}{441} + \frac{19}{21}$
4) Donner un encadrement de $\sqrt{57}$ à 10^{-3} près. En déduire une valeur approchée de $\sqrt{57}$ à 10^{-2} près

Exercice 4 : (6 pts)

On donne $A = (4x-1)^2 - 3(x-2)(4x-1)$ et $B = 9x^2 - 1 - (2x-4)(3x-1)$

1) Factoriser A et B puis A + B.
2) Développer A et B puis A + B.
3) En déduire une factorisation de $7x^2 + 33x - 10$

Exercice 5 : (3 pts)

1) Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il affiche en sortie la somme des n premiers entiers naturels non nuls

2) Modifier l'algorithme afin qu'il affiche en sortie la somme des entiers naturels compris entre 50 et 100.

```
Saisir n
S ← 0
Pour k allant de 1 à n
S ← …
Fin pour
Afficher ….
```